

# Távközlési hálózatok földrajzilag korrelált meghibásodásainak modellezése és felsorolása

*Modeling and Enumerating Geographically Correlated Failure Events  
in Communication Networks*

**Vass Balázs<sup>1</sup>**

*alkalmazott matematikus M.Sc.*

a disszertáció angol nyelvű

Témavezető: Tapolcai János<sup>1</sup> D.Sc. egyetemi tanár

Informatikai Tudományok Doktori Iskola

<sup>1</sup>Távközlési és Médiainformatikai Tanszék,

Nagysebességű Hálózatok Laboratóriuma

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

2022. február 8.

- 1 Motiváció
- 2 Kutatási célkitűzések és módszertan
- 3 Téziscsoportok
- 4 Eredmények alkalmazhatósága
- 5 Hivatkozások és publikációk

- 1 Motiváció
- 2 Kutatási célkitűzések és módszertan
- 3 Téziscsoportok
- 4 Eredmények alkalmazhatósága
- 5 Hivatkozások és publikációk

# Motiváció - egyszeres eszközhibák

- Egyszeres eszközhiba 2018. február 6-án  
→ Győr környékén nem volt szolgáltatás



The image shows a screenshot of a Facebook post from the official page of Telenor Hungary. The post is dated 4 hours ago and contains a service outage notice in Hungarian. The text of the post is as follows:

**Telenor Hungary** ✓  
4 hours ago

Kedves Ügyfeleink!

Egy partnerünknel történt optikai kábelátvágás miatt Győrben és a Győrtől északra, illetve nyugatra fekvő településeken fennakadások tapasztalhatók. Jelenleg nem elérhető a hang-, az SMS és az adatszolgáltatás. A hiba elhárításán nagy erővel dolgozunk, a helyreállítás befejezéséig megértéseteket és türelmeteket kérjük. Üdvözlettel,

Telenor

At the bottom of the post, there are interaction icons for likes (25), comments (29), and shares (115).

# Motiváció - regionális katasztrófák

- A routerek állapota a Sandy hurrikán idején (vörös = nem működik)  
→ a vörös zónákban nem volt szolgáltatás



# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

- Jelenlegi legjobb gyakorlat: egyszeres eszközmeghibásodások védelmére

# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

- Jelenlegi legjobb gyakorlat: egyszeres eszközmeghibásodások védelme
- regionális hibákat kéne védeni

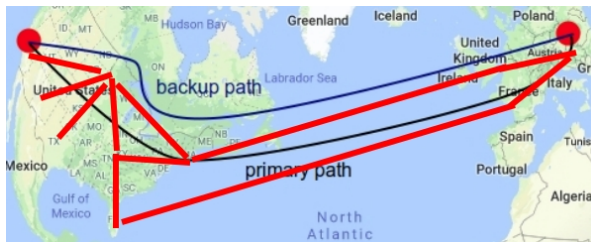
# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

- Jelenlegi legjobb gyakorlat: egyszeres eszközmeghibásodások védelme
- regionális hibákat kéne védeni
- **Probléma:** az útvonalválasztó algoritmusok nincsenek tekintettel a földrajzi beágyazásra



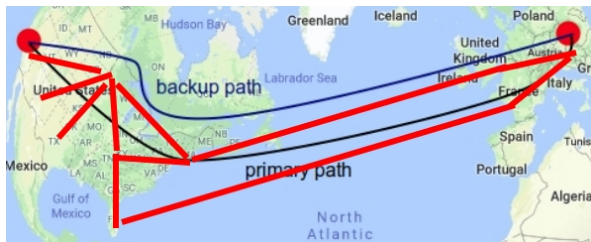
# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

- Jelenlegi legjobb gyakorlat: egyszeres eszközmeghibásodások védelme
- regionális hibákat kéne védeni
- **Probléma:** az útvonalválasztó algoritmusok nincsenek tekintettel a földrajzi beágyazásra
- **Megoldás:** azon  $S$  linkhalmazok előre kiszámolása, melyek egyszerre meghibásodhatnak
  - ha az **üzemi út** keresztülhalad  $S$ -en, a **tartalékos út** el kell kerülje  $S$ -et.



# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

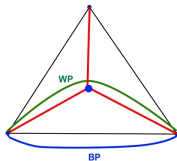
- Jelenlegi legjobb gyakorlat: egyszeres eszközmeghibásodások védelmére
- regionális hibákat kéne védeni
- **Probléma:** az útvonalválasztó algoritmusok nincsenek tekintettel a földrajzi beágyazásra
- **Megoldás:** azon  $S$  linkhalmazok előre kiszámolása, melyek egyszerre meghibásodhatnak
  - ha az **üzemi út** keresztülhalad  $S$ -en, a **tartalékos út** el kell kerülje  $S$ -et.



- **Közös kockázatú linkcsoport** (Shared Risk Link Group, **SRLG**): olyan linkhalmaz, melynek együttes meghibásodása várható.

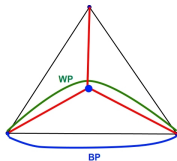
# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

- Csúcshiba modellezhető linkhalmazzal:  $v$  csúcs (switch, router, ...) helyett  $v$ -re illeszkedő linkek  $\rightarrow$  csúcstól független tartalékos út

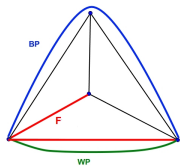


# Útvonalválasztás és regionális meghibásodások

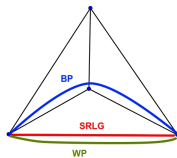
- Csúcshiba modellezhető linkhalmazzal:  $v$  csúcs (switch, router, ...) helyett  $v$ -re illeszkedő linkek  $\rightarrow$  csúcs-független **tartalékos út**



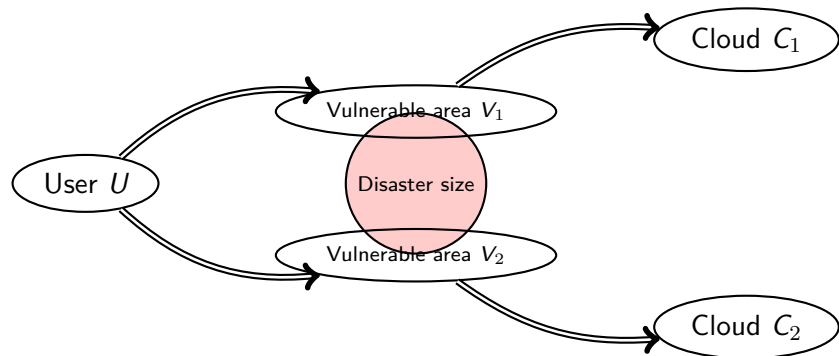
- Egy  $F$  hiba SRLG-ként listázva  $\rightarrow F$  részhalmazait nem szükség listázni  $\rightarrow$  **csak maximális SRLG-et kell felsorolni - de hogyan?**



(c)



(d)



Az  $U$  felhasználó egy adott szolgáltatást a  $C_1$  és  $C_2$  felhőben éri el.  $V_1$  és  $V_2$  "közel" van egymáshoz, de nem egy helyen, így **a felhő elérhetőségét nehéz becsülni**. Indokolt a közös kockázatú linkcsoportok (SRLG-k) probabilisztikus kiterjesztéseit vizsgálni.

→ probabilisztikus SRLG, PSRLG fogalma

- 1 Motiváció
- 2 Kutatási célkitűzések és módszertan
- 3 Téziscsoportok
- 4 Eredmények alkalmazhatósága
- 5 Hivatkozások és publikációk

- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus és valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.

- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus és valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.
- Ez a lehetséges hibák (valószínűségi) felsorolását kell szolgáltatassa.



- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus** és **valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.
- Ez a lehetséges hibák (valószínűségi) felsorolását kell szolgáltatassa.
- A hálózat sérülékeny régióinak felsorolásához a legjobb módszer a következők függvénye:

- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus** és **valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.
- Ez a lehetséges hibák (valószínűségi) felsorolását kell szolgáltatassa.
- A hálózat sérülékeny régióinak felsorolásához a legjobb módszer a következők függvénye:
  - a hálózati topológián rendelkezésre álló geometriai adatok

- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus és valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.
- Ez a lehetséges hibák (valószínűségi) felsorolását kell szolgáltatassa.
- A hálózat sérülékeny régióinak felsorolásához a legjobb módszer a következők függvénye:
  - a hálózati topológián rendelkezésre álló geometriai adatok
  - a lehetséges katasztrófák (probabilisztikus) hatása a hálózat területén

- Cél: modellek + algoritmusok, melyek a távközlési hálózatok regionális hibák elleni védelmének **összetett geometriai problémájából tisztán kombinatorikus és valószínűségi** problémákként kiemelik a **lényegi** elemeket.
- Ez a lehetséges hibák (valószínűségi) felsorolását kell szolgáltatassa.
- A hálózat sérülékeny régióinak felsorolásához a legjobb módszer a következők függvénye:
  - a hálózati topológián rendelkezésre álló geometriai adatok
  - a lehetséges katasztrófák (probabilisztikus) hatása a hálózat területén
  - a kívánt kimeneti struktúra (SRLG / PSRLG)

- A modellezés és algoritmuskidolgozás során alkalmaztam:
  - gráfelmélet
  - geometriai algoritmusok és kombinatorikus geometria
  - bonyolultságelmélet
  - valószínűségszámítás
  - ...

- A modellezés és algoritmuskidolgozás során alkalmaztam:
  - gráfelmélet
  - geometriai algoritmusok és kombinatorikus geometria
  - bonyolultságelmélet
  - valószínűségszámítás
  - ...
- A probléma összetettsége megkövetelte a *szimulációs* eszközök széleskörű használatát:
  - a javasolt módszereket a Python 3.5-ben valósítottam meg
  - szimulációk segítségével igazoltam azok hatékonyságát

## 1 Motiváció

## 2 Kutatási célkitűzések és módszertan

## 3 Téziscsoportok

- Korlátos méretű katasztrófák okozta maximális SRLG-k
- Maximális SRLG-k a hálózat beágyazásának közelítő ismerete esetén
- Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i

## 4 Eredmények alkalmazhatósága

## 5 Hivatkozások és publikációk

- Legfontosabb referenciák
- Publikációk

- korábbi cikkek: SRLG felsorolás egy részprobléma  
→ én dedikáltan ezt vizsgáltam



# Regionális SRLG-k meghatározásához kapcsolódó cikkek

- korábbi cikkek: SRLG felsorolás egy részprobléma  
→ én dedikáltan ezt vizsgáltam

| Cikk                         | Jelen disz-<br>szertációban | Földrajzi<br>beágyazás | Geometriai info.  |                                     | Algoritmusok      |                    |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|--------------------|
|                              |                             |                        | Síkbeli/<br>Gömbi | Katasztrófa<br>alakja               | Polino-<br>miális | Parame-<br>trizált |
| Iqbal<br>et al. [1]          | X                           | ismert                 | síkbeli           | közeli linkek<br>összecsoportosítva | X                 | X                  |
| Neumayer<br>et al. [2, 3]    | X                           | ismert                 | síkbeli           | korong, vagy<br>szakasz             | X                 | X                  |
| Trajanovski<br>et al. [4, 5] | X                           | ismert                 | síkbeli           | sokszöglet, vagy<br>ellipszis       | ✓                 | X                  |
| Tapolcai et<br>al. [J4, C10] | Tézis #1                    | ismert                 | síkbeli           | korong                              | ✓                 | ✓                  |
| Vass et al.<br>[C11, J1]     | Tézis #2                    | hozzáve-<br>tőleges    | síkbeli           | korong                              | ✓                 | ✓                  |
| Vass et<br>al. [C7, J5]      | Tézis #1                    | bármelyik              | síkbeli+<br>gömbi | szakaszok+körívek<br>határolják     | ✓                 | ✓                  |

- korábbi cikkek: SRLG felsorolás egy részprobléma  
→ én dedikáltan ezt vizsgáltam

| Cikk                         | Jelen disz-<br>szertációban | Földrajzi<br>beágyazás | Geometriai info.  |                                     | Algoritmusok      |                    |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|--------------------|
|                              |                             |                        | Síkbeli/<br>Gömbi | Katasztrófa<br>alakja               | Polino-<br>miális | Parame-<br>trizált |
| Iqbal<br>et al. [1]          | X                           | ismert                 | síkbeli           | közeli linkek<br>összecsoportosítva | X                 | X                  |
| Neumayer<br>et al. [2, 3]    | X                           | ismert                 | síkbeli           | korong, vagy<br>szakasz             | X                 | X                  |
| Trajanovski<br>et al. [4, 5] | X                           | ismert                 | síkbeli           | sokszögletű, vagy<br>ellipszis      | ✓                 | X                  |
| Tapolcai et<br>al. [J4, C10] | Tézis #1                    | ismert                 | síkbeli           | korong                              | ✓                 | ✓                  |
| Vass et al.<br>[C11, J1]     | Tézis #2                    | hozzáve-<br>tőleges    | síkbeli           | korong                              | ✓                 | ✓                  |
| Vass et<br>al. [C7, J5]      | Tézis #1                    | bármelyik              | síkbeli+<br>gömbi | szakaszok+körívek<br>határolják     | ✓                 | ✓                  |

- "Jó" paraméter pl.: "katasztrófa által meghibásított linkek maximális száma"

# 1. Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

## Téziscsoport 1 ([J4, J5, C10, C7], IEEE/ACM ToN, Wiley Networks, IEEE INFOCOM és IEEE RNDM).

*Polinomiális futásidejű algoritmusokat adtam az euklideszi síkba és gömbre ágyazott hálózatok azon maximális  $M_r^p$ , illetve  $M_r^s$  linkhalmazainak (SRLG-inek) felsorolására, melyeket egyszerre meghibásíthat egy  $r$  sugarú koronggal felülbecsült katasztrófa. Elméleti felső korlátokat adtam  $M_r^p$  és  $M_r^s$  számosságára. Végül, megvizsgáltam  $M_r^p$  és  $M_r^s$  hasonlóságát a gyakorlatban.*

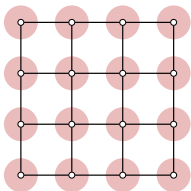
- 1. Téziscsoport: Adott egy síkba / gömbre rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - Mik a lokálisan "legrosszabb" katasztrófahelyek (maximális SRLG-k)?
  - Hány ilyen van? Mennyi idő alatt lehet ezeket megkeresni?

# 1. Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

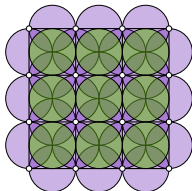
## Téziscsoport 1 ([J4, J5, C10, C7], IEEE/ACM ToN, Wiley Networks, IEEE INFOCOM és IEEE RNDM).

Polinomiális futásidejű algoritmusokat adtam az euklideszi síkba és gömbre ágyazott hálózatok azon maximális  $M_r^p$ , illetve  $M_r^s$  linkhalmazainak (SRLG-inek) felsorolására, melyeket egyszerre meghibásíthat egy  $r$  sugarú koronggal felülbecsült katasztrófa. Elméleti felső korlátokat adtam  $M_r^p$  és  $M_r^s$  számosságára. Végül, megvizsgáltam  $M_r^p$  és  $M_r^s$  hasonlóságát a gyakorlatban.

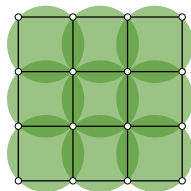
- 1. Téziscsoport: Adott egy síkba / gömbre rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - Mik a lokálisan "legrosszabb" katasztrófhelyek (maximális SRLG-k)?
  - Hány ilyen van? Mennyi idő alatt lehet ezeket megkeresni?



(a)  $r = 0.3$ ,  
# legr. hely = 16



(b)  $r = 0.5$ ,  
# legr. hely =  
 $9 + 24$



(c)  $r = \sqrt{2}/2$ ,  
# legr. hely = 9

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbaágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O\left((|V| + x) \left(\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5\right)\right)$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy él  $3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy  $e$  korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbaágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy él  $3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy e korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbaágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy  $\text{él } 3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy e korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütközött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben optimális futásidőjű algoritmus  $O(|V| \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbeágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy  $\text{él } 3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy e korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütemezett link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben optimális futásidő algoritmus  $O(|V| \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek



## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbeágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy  $\text{él } 3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy e korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben optimális futásidőjű algoritmus  $O(|V| \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $\rho_r$ : max # (egyszerre kiütött linkek)  $\rightarrow$  gyakorlatban  $r$ -rel arányos

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbeágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy  $\text{él } 3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy e korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben optimális futásidő algoritmus  $O(|V| \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $\rho_r$ : max # (egyszerre kiütött linkek)  $\rightarrow$  gyakorlatban  $r$ -rel arányos
  - $x$ : élkereszteződési pontok száma  $\rightarrow$  gyakorlatban  $x = 0$ , vagy  $x \ll |V|$

## Tézis 1.1 (Regionális SRLG-k ismert síkbeágyazás és katasztrófasugar esetén).

Ajánlottam egy algoritmust, mely a hálózati topológia egyenes élű síkbeágyazott  $G(V, E)$  gráfként való reprezentálása esetén egy  $r$  sugarú korong által élenként metszhető maximális élhalmazok  $M_r^p$  listáját  $O((|V| + x) (\log |V| + \phi_r^2 \rho_r^5))$  időben kiszámolja, ahol  $x$  az élkereszteződési pontok száma,  $\rho_r$  az  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma, és végül  $\phi_r$  egy él  $3r$  sugarú környezetében levő csúcsok maximális száma. Bizonyítottam, hogy az ajánlott algoritmus komplexitása éles  $|V|$ -ben. Bizonyítottam, hogy  $M_r^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r)$ , és azt, hogy  $e$  korlát éles. Bizonyítottam, hogy  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}^p$  számossága  $O((|V| + x) \rho_r^2)$ .

- Adott egy síkba rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara
  - # legrosszabb helyek:  $\leq$  csúcsszám  $\cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben optimális futásidő algoritmus  $O(|V| \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $\rho_r$ : max # (egyszerre kiütött linkek)  $\rightarrow$  gyakorlatban  $r$ -rel arányos
  - $x$ : élkereszteződési pontok száma  $\rightarrow$  gyakorlatban  $x = 0$ , vagy  $x \ll |V|$
  - $\phi_r$ : max # (csúcsok egy link  $3r$  sugarú környezetében)  $\rightarrow$  "kicsi"

## Tézis 1.2 (Gömbi maximális SRLG-k).

javasoltam egy heurisztikát, mely egy gömbre rajzolt  $G(V, E)$  hálózati topológia esetén, melynek élei geodézislánc alakúak, egy kellőképpen sűrű  $\mathcal{P}$  katasztrófaközéppont-halmazt véve  $O(|\mathcal{P}|[(|V| + x)\gamma + |\mathcal{P}|p_r])$  időben kiszámítja az  $r$  sugarú korongok által élenként metszett maximális élhalmazok  $M_r^s$  listáját, ahol  $x$  az élmeteszéspontok száma,  $\gamma$  az egy linket alkotó geodézisek maximális száma, és  $p_r$  egy  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma. Szimulációkon keresztül megmutattam, hogy  $M_r^s$  és  $M_r^p$  különbözhet a gyakorlatban, azaz pontosabb az SRLG-listákat a gömbi reprezentáció segítségével számolni. Mindemellett a hálózat síkban történő reprezentációja által okozott torzulás sokszor kevesebb pontatlanságot eredményez, mint a katasztrófa-jellemzők ismeretének hiánya. Arra a következtetésre jutottam, hogy ezen esetekben a síkbeli reprezentáció a sérülékeny régiók felderítésének célját elegendően jól szolgálja.

- Adott egy **gömbre** rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara.
  - maximális meghibásodások:  $\mathcal{P}$  "sok" katasztrófa halmaza esetén  $O(|\mathcal{P}| \cdot (|\mathcal{P}| + |V|)) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$  időben

## Tézis 1.2 (Gömbi maximális SRLG-k).

javasoltam egy heurisztikát, mely egy gömbre rajzolt  $G(V, E)$  hálózati topológia esetén, melynek élei geodézislánc alakúak, egy kellőképpen sűrű  $\mathcal{P}$  katasztrófa-középpont-halmazt véve  $O(|\mathcal{P}|[(|V| + x)\gamma + |\mathcal{P}|p_r])$  időben kiszámítja az  $r$  sugarú korongok által élenként metszett maximális élhalmazok  $M_r^s$  listáját, ahol  $x$  az élmetszéspontok száma,  $\gamma$  az egy linket alkotó geodézisek maximális száma, és  $p_r$  egy  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma. Szimulációkon keresztül megmutattam, hogy  $M_r^s$  és  $M_r^p$  különbözhet a gyakorlatban, azaz pontosabb az SRLG-listákat a gömbi reprezentáció segítségével számolni. Mindemellett a hálózat síkban történő reprezentációja által okozott torzulás sokszor kevesebb pontatlanságot eredményez, mint a katasztrófa-jellemzők ismeretének hiánya. Arra a következtetésre jutottam, hogy ezen esetekben a síkbeli reprezentáció a sérülékeny régiók felderítésének célját elegendően jól szolgálja.

- Adott egy **gömbre** rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara.
  - maximális meghibásodások:  $\mathcal{P}$  "sok" katasztrófa halmaza esetén  $O(|\mathcal{P}| \cdot (|\mathcal{P}| + |V|)) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$  időben
  - Csak közelítő algoritmus  $\mathcal{P}$  "elég sűrű" kell legyen

## Tézis 1.2 (Gömbi maximális SRLG-k).

javasoltam egy heurisztikát, mely egy gömbre rajzolt  $G(V, E)$  hálózati topológia esetén, melynek élei geodézislánc alakúak, egy kellőképpen sűrű  $\mathcal{P}$  katasztrófaközéppont-halmazt véve  $O(|\mathcal{P}|[(|V| + x)\gamma + |\mathcal{P}|p_r])$  időben kiszámítja az  $r$  sugarú korongok által élenként metszett maximális élhalmazok  $M_r^s$  listáját, ahol  $x$  az élmeteszéspontok száma,  $\gamma$  az egy linket alkotó geodézisek maximális száma, és  $p_r$  egy  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma. Szimulációkon keresztül megmutattam, hogy  $M_r^s$  és  $M_r^p$  különbözhet a gyakorlatban, azaz pontosabb az SRLG-listákat a gömbi reprezentáció segítségével számolni. Mindemellett a hálózat síkban történő reprezentációja által okozott torzulás sokszor kevesebb pontatlanságot eredményez, mint a katasztrófa-jellemzők ismeretének hiánya. Arra a következtetésre jutottam, hogy ezen esetekben a síkbeli reprezentáció a sérülékeny régiók felderítésének célját elegendően jól szolgálja.

- Adott egy **gömbre** rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara.
  - maximális meghibásodások:  $\mathcal{P}$  "sok" katasztrófa halmaza esetén  $O(|\mathcal{P}| \cdot (|\mathcal{P}| + |V|)) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$  időben
  - Csak közelítő algoritmus  $\mathcal{P}$  "elég sűrű" kell legyen

## Tézis 1.2 (Gömbi maximális SRLG-k).

Írtam egy heurisztikát, mely egy gömbre rajzolt  $G(V, E)$  hálózati topológia esetén, melynek élei geodézislánc alakúak, egy kellőképpen sűrű  $\mathcal{P}$  katasztrófa-középpont-halmazzal véve  $O(|\mathcal{P}|[(|V| + x)^\gamma + |\mathcal{P}| \rho_r])$  időben kiszámítja az  $r$  sugarú korongok által élenként metszett maximális élhalmazok  $M_r^s$  listáját, ahol  $x$  az élmetszéspontok száma,  $\gamma$  az egy linket alkotó geodézisek maximális száma, és  $\rho_r$  egy  $r$  sugarú korong által metszhető élek maximális száma. Szimulációkon keresztül megmutattam, hogy  $M_r^s$  és  $M_r^p$  különbözhet a gyakorlatban, azaz pontosabb az SRLG-listákat a gömbi reprezentáció segítségével számolni. Mindemellett a hálózat síkban történő reprezentációja által okozott torzulás sokszor kevesebb pontatlanságot eredményez, mint a katasztrófa-jellemzők ismeretének hiánya. Arra a következtetésre jutottam, hogy ezen esetekben a síkbeli reprezentáció a sérülékeny régiók felderítésének célját elegendően jól szolgálja.

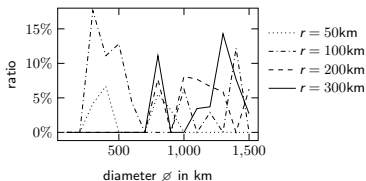
- Adott egy **gömbre** rajzolt  $G(V, E)$  gerinchálózat + katasztrófa  $r$  sugara.
  - maximális meghibásodások:  $\mathcal{P}$  "sok" katasztrófa halmaza esetén  $O(|\mathcal{P}| \cdot (|\mathcal{P}| + |V|)) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$  időben
  - Csak közelítő algoritmus  $\mathcal{P}$  "elég sűrű" kell legyen
- Új paraméter
  - $\gamma$ : egy linket alkotó geodézisek max. száma

# Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

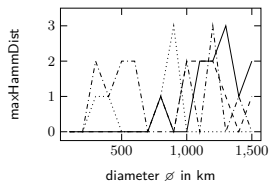
- Síkbeli és gömbi reprezentáció összehasonlítása:



(a) az olasz hálózat  
(átmérő  $\approx 1180\text{km}$ )



(b) A különböző SRLG-k aránya



(c) Max. Hamming-távolság  
a legközelebbi SRLG-hez

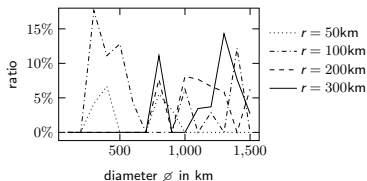


# Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

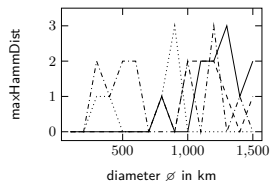
- Síkbeli és gömbi reprezentáció összehasonlítása:
  - különböző SRLG-k aránya:  
"kicsi, esetleges", trend: a hálózat átmérőjében növekvő



(a) az olasz hálózat  
(átmérő  $\approx 1180\text{km}$ )



(b) A különböző SRLG-k aránya



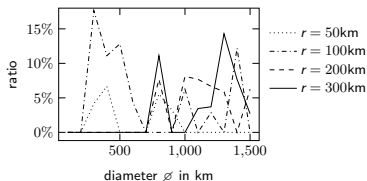
(c) Max. Hamming-távolság  
a legközelebbi SRLG-hez

# Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

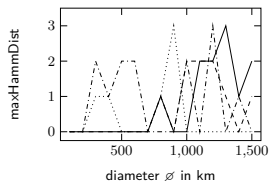
- Síkbeli és gömbi reprezentáció összehasonlítása:
  - különböző SRLG-k aránya:  
"kicsi, esetleges", trend: a hálózat átmérőjében növekvő
  - maximális Hamming-távolság: hasonló



(a) az olasz hálózat  
(átmérő  $\approx 1180\text{km}$ )



(b) A különböző SRLG-k aránya



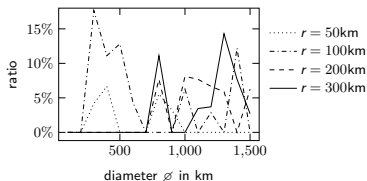
(c) Max. Hamming-távolság  
a legközelebbi SRLG-hez

# Korlátos méretű katasztrófák maximális SRLG-i

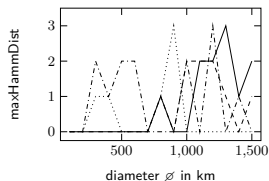
- Síkbeli és gömbi reprezentáció összehasonlítása:
  - különböző SRLG-k aránya:
    - "kicsi, esetleges", trend: a hálózat átmérőjében növekvő
  - maximális Hamming-távolság: hasonló
  - kontinentális USA < 4% skálahibával síkbaágyazható + katasztrófasugárban akár nagyobb bizonytalanság  
→ síkrepresentáció sokszor elegendően jól szolgál



(a) az olasz hálózat (átmérő  $\approx 1180\text{km}$ )



(b) A különböző SRLG-k aránya



(c) Max. Hamming-távolság a legközelebbi SRLG-hez

## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

*Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szemantikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófaterület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  szármosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.*

- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert

## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

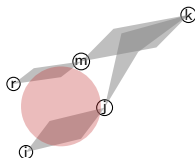
*Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szemantikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófaterület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  számosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.*

- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - **probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz

## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

*Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szemantikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófaterület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  szármosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.*

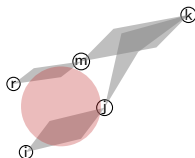
- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak



## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

*Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia sematikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófaterület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  szármosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.*

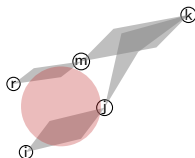
- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - **probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak
- 2. Téziscsoport: **sematikus térkép** elég



## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

*Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szematikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófatérület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  szármosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.*

- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - **probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak
- 2. Téziscsoport: **szematikus térkép** elég
  - modell

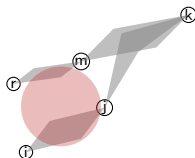




## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szemantikusan térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófa terület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  számosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.

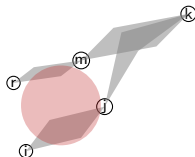
- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak
- 2. Téziscsoport: **szemantikus térkép** elég
  - modell
  - legrosszabb helyek számára elméleti felső korlát



## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia sematikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakkal felülbecsült katasztrófa terület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  szármosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.

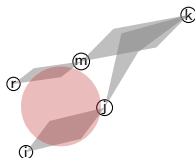
- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak
- 2. Téziscsoport: **sematikus térkép** elég
  - modell
  - legrosszabb helyek számára elméleti felső korlát
  - polinomiális algoritmus



## Téziscsoport 2 ([C13, C12, C11, J1]- IEEE/ACM ToN, IEEE DRCN, IEEE RNDM, és IEEE NaNA).

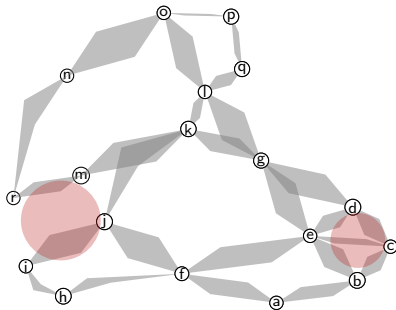
Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére javasoltam egy modellt a maximális regionális SRLG-k felsorolására, amely csak a hálózati topológia szematikus térképére támaszkodik. Polinomiális futásidejű algoritmust javasoltam az ebben a modellben leírt hálózatok azon maximális linkhalmazai (SRLG-i)  $M_k$  listájának felsorolására, amelyeket egy  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú felülbecsült katasztrófa terület élenként metszhet ( $k$  tetszőleges). Elméleti felső korlátot adtam az  $M_k$  számosságára. A modell és az adatszerkezet kiértékelésével megmutattam, hogy valós hálózati topológiák és gyakorlati (kis)  $k$  értékek kombinációja esetén az  $M_k$  egy kezelhetően rövid SRLG-lista.

- 1. Téziscsoport: **pontos beágyazás** ismert
  - probléma:** bérelt topológia esetén nem igaz
  - linkek, csúcsok környezetei nem elegendőek:  
földrajzilag közeli linkek kimaradhatnak
- 2. Téziscsoport: **szematikus térkép** elég
  - modell
  - legrosszabb helyek számára elméleti felső korlát
  - polinomiális algoritmus
  - szimulációk



## Tézis 2.1 (Limitált geometriai információs modell).

Az üzemi és a tartalékútvonal közti földrajzi távolság biztosítása érdekében a hálózati topológia földrajzi beágyazásának közelítő ismerete esetére a következő modellel javasoltam. A (nem feltétlenül síkbarajzolható) hálózatot egy  $G = (V, E)$  irányítatlan összefüggő geometriai gráfként modellezem,  $|V| \geq 3$  csomóponttal. A gráf csomópontjai pontokként vannak beágyazva az euklideszi síkba, és pontos koordinátáik ismertek. Ezzel ellentétben az élek pontos helye nem ismeretes, hanem felteszem, hogy minden  $e$  élhez tartozik egy azt tartalmazó  $e^P$  tartalmazó sokszöglap. A katasztrófa-területekről feltételezem, hogy tetszőleges sugarú és középpontú, de legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korongot alkotnak, ahol  $k \in \{0, |V| - 2\}$ . Az ilyen katasztrófák által okozott meghibásodásokat regionális link- $k$ -csúcs hibáknak nevezem.



Példa: Egy  $G = (V, E)$  hálózat a linkjeit tartalmazó,  $\gamma = 4$  oldalú sokszöglapokkal,  $|V| = 18$ , és néhány,  $k = 0$  csúcsot fedő koronggal.

## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^p$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$

## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^p$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$ 
  - $\#$  legrosszabb helyek  $\leq$  csúcsszám  $\cdot k \cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans

## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^P$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$ 
  - # legrosszabb helyek  $\leq$  csúcsszám  $\cdot k \cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben kb. négyzetes futásidejű algoritmus  $O(|V|^2 \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$

## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^P$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$ 
  - # legrosszabb helyek  $\leq$  csúcsszám  $\cdot k \cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben kb. négyzetes futásidejű algoritmus  $O(|V|^2 \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $k$ : max # (egyszerre kiütött csúcsok)



## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^P$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$ 
  - # legrosszabb helyek  $\leq$  csúcsszám  $\cdot k \cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben kb. négyzetes futásidejű algoritmus  $O(|V|^2 \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $k$ : max # (egyszerre kiütött csúcsok)
  - $\rho_k$ : max # (egyszerre kiütött linkek)  $\rightarrow$  gyakorlatban  $r$ -rel arányos

## Tézis 2.2 (Regionális SRLG-k limitált geometriai információ esetén).

A hálózati topológia euklideszi síkba ágyazott  $G(V, E)$  gráfként való értelmezése esetére, ahol minden  $e \in E$  link egy kapcsolódó legfeljebb  $\gamma$  oldalú sokszöglap alakú  $e^P$  régióban fut valahol, javasoltam egy algoritmust, mely  $O(|V|^2 \left( (k^2 + 1) \rho_k^3 + \rho_k \gamma + (k + 1 + \log(|V| \rho_0)) \rho_0 \gamma \right))$  időben kiszámítja azon maximális linkhalmazok  $M_k$  listáját, amelyeket egy legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong alakú katasztrófa élenként metszhet, ahol ahol  $\rho_k$  a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelöli. Bebizonyítottam, hogy az  $M_k$  lista  $O(|V| (k + 1) \rho_k)$  elemű.

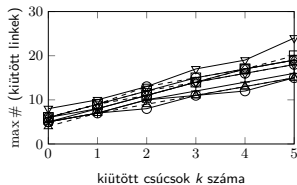
- Adott a síkban egy  $G(V, E)$  gerinchálózat csúcsok, éleket tartalmazó sokszöglapok helye ismert a katasztrófa  $k$  csúcsot fedhet pl.  $k = 0$  vagy  $1$ 
  - # legrosszabb helyek  $\leq$  csúcsszám  $\cdot k \cdot$  (legtöbb egyszerre kiütött link)  $\cdot$  konstans
  - $|V|$ -ben kb. négyzetes futásidejű algoritmus  $O(|V|^2 \log |V|) \cdot \text{poly}(\text{paraméterek})$
- Paraméterek
  - $k$ : max # (egyszerre kiütött csúcsok)
  - $\rho_k$ : max # (egyszerre kiütött linkek)  $\rightarrow$  gyakorlatban  $r$ -rel arányos
  - $\gamma$ : max # (oldala a tartalmazó sokszöglapnak)  $\rightarrow$  "kicsi"

# Maximális SRLG-k limitált geometriai információ esetén

- Szimulációs eredmények

| Name             | V   | E   | # SRLG $k = 0$ | # SRLG $k = 1$ |
|------------------|-----|-----|----------------|----------------|
| Pan-EU           | 10  | 16  | 14             | 27             |
| EU (Optic)       | 17  | 40  | 44             | 57             |
| EU (Nobel)       | 19  | 32  | 36             | 53             |
| US               | 21  | 39  | 48             | 57             |
| N.-American      | 28  | 50  | 65             | 83             |
| US (NFSNet)      | 44  | 73  | 88             | 128            |
| US (Fibre)       | 81  | 141 | 137            | 177            |
| US (Deltacom)    | 103 | 302 | 158            | 218            |
| US (Sprint-Phys) | 111 | 160 | 156            | 208            |
| US (ATT-L1)      | 126 | 208 | 190            | 255            |
| US (Att-Phys)    | 209 | 314 | 256            | 322            |

(a) Vizsgált hálózati topológiák



(b) max # (egyszerre kiűtött linkek)

## Tézis 2.3.

Valódi hálózati topológiák esetén, amelyek éleit végpontjaik közötti töröttvonalaknak, illetve szakaszoknak tekintetem, a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által élenként metszhető maximális linkhalmazok  $M_k$  listája  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén rendre  $\approx 1, 2 \cdot |V|$  és  $\approx 2, 2 \cdot |V|$  elemű. Ezenfelül  $|M_k|$  szublineárisan növekszik  $k$  függvényében. Az egy darab  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelző  $\rho_k$  paraméter  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén minden hálózat esetében  $\leq 10$ , és  $k = 5$  esetén csak  $< 25$ -re nőtt. Arra a következtetésre jutottam, hogy az  $M_k$  lista mérete a gyakorlati  $k$  értékek esetében kezelhetően kicsi.

# Maximális SRLG-k limitált geometriai információ esetén

- Szimulációs eredmények
  - # legr. helyek, ha kiütött csúcsok száma

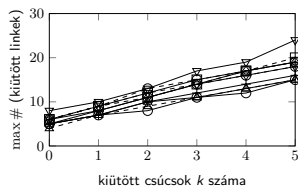
$$k = 0: \approx 1, 2|V|$$

$$k = 1: \approx 2, 2|V|$$

$k$ -ban szublineárisan nő

| Name             | V   | E   | # SRLG $k = 0$ | # SRLG $k = 1$ |
|------------------|-----|-----|----------------|----------------|
| Pan-EU           | 10  | 16  | 14             | 27             |
| EU (Optic)       | 17  | 40  | 44             | 57             |
| EU (Nobel)       | 19  | 32  | 36             | 53             |
| US               | 21  | 39  | 48             | 57             |
| N.-American      | 28  | 50  | 65             | 83             |
| US (NFSNet)      | 44  | 73  | 88             | 128            |
| US (Fibre)       | 81  | 141 | 137            | 177            |
| US (Deltacom)    | 103 | 302 | 158            | 218            |
| US (Sprint-Phys) | 111 | 160 | 156            | 208            |
| US (ATT-L1)      | 126 | 208 | 190            | 255            |
| US (Att-Phys)    | 209 | 314 | 256            | 322            |

(a) Vizsgált hálózati topológiák



(b) max # (egyszerre kiütött linkek)

## Tézis 2.3.

Valódi hálózati topológiák esetén, amelyek éleit végpontjaik közötti töröttvonalaknak, illetve szakaszoknak tekintetem, a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által élenként metszhető maximális linkhalmazok  $M_k$  listája  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén rendre  $\approx 1, 2 \cdot |V|$  és  $\approx 2, 2 \cdot |V|$  elemű. Ezenfelül  $|M_k|$  szublineárisan növekszik  $k$  függvényében. Az egy darab  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelző  $\rho_k$  paraméter  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén minden hálózat esetében  $\leq 10$ , és  $k = 5$  esetén csak  $< 25$ -re nőtt. Arra a következtetésre jutottam, hogy az  $M_k$  lista mérete a gyakorlati  $k$  értékek esetében kezelhetően kicsi.

# Maximális SRLG-k limitált geometriai információ esetén

- Szimulációs eredmények
  - # legr. helyek, ha kiütött csúcsok száma

$$k = 0: \approx 1, 2|V|$$

$$k = 1: \approx 2, 2|V|$$

$k$ -ban szublineárisan nő

- max # (kiütött linkek)

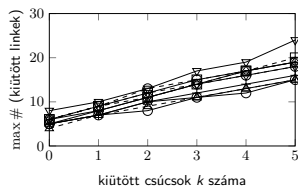
$$k = 0: \leq 10$$

$$k = 1: \leq 10$$

$$k = 5: < 25$$

| Name             | V   | E   | # SRLG $k = 0$ | # SRLG $k = 1$ |
|------------------|-----|-----|----------------|----------------|
| Pan-EU           | 10  | 16  | 14             | 27             |
| EU (Optic)       | 17  | 40  | 44             | 57             |
| EU (Nobel)       | 19  | 32  | 36             | 53             |
| US               | 21  | 39  | 48             | 57             |
| N.-American      | 28  | 50  | 65             | 83             |
| US (NFSNet)      | 44  | 73  | 88             | 128            |
| US (Fibre)       | 81  | 141 | 137            | 177            |
| US (Deltacom)    | 103 | 302 | 158            | 218            |
| US (Sprint-Phys) | 111 | 160 | 156            | 208            |
| US (ATT-L1)      | 126 | 208 | 190            | 255            |
| US (Att-Phys)    | 209 | 314 | 256            | 322            |

(a) Vizsgált hálózati topológiák



(b) max # (egyszerre kiütött linkek)

## Tézis 2.3.

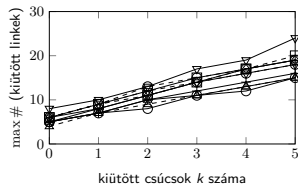
Valódi hálózati topológiák esetén, amelyek éleit végpontjaik közötti töröttvonalaknak, illetve szakaszoknak tekintetem, a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által élenként metszhető maximális linkhalmazok  $M_k$  listája  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén rendre  $\approx 1, 2 \cdot |V|$  és  $\approx 2, 2 \cdot |V|$  elemű. Ezenfelül  $|M_k|$  szublineárisan növekszik  $k$  függvényében. Az egy darab  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelző  $\rho_k$  paraméter  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén minden hálózat esetében  $\leq 10$ , és  $k = 5$  esetén csak  $< 25$ -re nőtt. Arra a következtetésre jutottam, hogy az  $M_k$  lista mérete a gyakorlati  $k$  értékek esetében kezelhetően kicsi.

# Maximális SRLG-k limitált geometriai információ esetén

- Szimulációs eredmények
  - # legr. helyek, ha kiütött csúcsok száma
    - $k = 0: \approx 1, 2|V|$
    - $k = 1: \approx 2, 2|V|$ $k$ -ban szublineárisan nő
  - max # (kiütött linkek)
    - $k = 0: \leq 10$
    - $k = 1: \leq 10$
    - $k = 5: < 25$
  - Maximális hibák tárolása kezelhető

| Name             | V   | E   | # SRLG $k = 0$ | # SRLG $k = 1$ |
|------------------|-----|-----|----------------|----------------|
| Pan-EU           | 10  | 16  | 14             | 27             |
| EU (Optic)       | 17  | 40  | 44             | 57             |
| EU (Nobel)       | 19  | 32  | 36             | 53             |
| US               | 21  | 39  | 48             | 57             |
| N.-American      | 28  | 50  | 65             | 83             |
| US (NFSNet)      | 44  | 73  | 88             | 128            |
| US (Fibre)       | 81  | 141 | 137            | 177            |
| US (Deltacom)    | 103 | 302 | 158            | 218            |
| US (Sprint-Phys) | 111 | 160 | 156            | 208            |
| US (ATT-L1)      | 126 | 208 | 190            | 255            |
| US (Att-Phys)    | 209 | 314 | 256            | 322            |

(a) Vizsgált hálózati topológiák

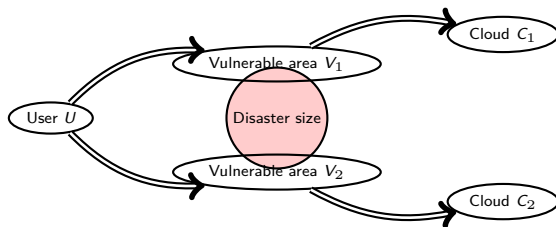


(b) max # (egyszerre kiütött linkek)

## Tézis 2.3.

Valódi hálózati topológiák esetén, amelyek éleit végpontjaik közötti töröttvonalaknak, illetve szakaszoknak tekintetem, a legfeljebb  $k$  csomópontot tartalmazó korong által élenként metszhető maximális linkhalmazok  $M_k$  listája  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén rendre  $\approx 1, 2 \cdot |V|$  és  $\approx 2, 2 \cdot |V|$  elemű. Ezenfelül  $|M_k|$  szublineárisan növekszik  $k$  függvényében. Az egy darab  $k$  csomópontot tartalmazó korong által metszett linkek maximális számát jelző  $\rho_k$  paraméter  $k = 0$  és  $k = 1$  esetén minden hálózat esetében  $\leq 10$ , és  $k = 5$  esetén csak  $< 25$ -re nőtt. Arra a következtetésre jutottam, hogy az  $M_k$  lista mérete a gyakorlati  $k$  értékek esetében kezelhetően kicsi.

## Probabilisztikus SRLG-k



## Téziscsoport 3 ([C4, C9, J3]-IEEE JSAC, IEEE INFOCOM, és IEEE RNDM).

*Definiáltam a katasztrófák okozta linkmeghibásodások egy olyan sztochasztikus modelljét, amely figyelembe veszi a földrajzilag egymáshoz közel eső linkek meghibásodásai közötti korrelációt. A probabilisztikus SRLG-kkel kapcsolatos fogalmak és terminológia egységesítése érdekében szabványos adatstruktúrákat javasoltam a katasztrófaveszély valószínűségeinek tárolására. A korong alakú katasztrófák esetében ezen adatszerkezetek méretére és lekérdezési idejére elméleti felső korlátokat adtam. A modell és az adatszerkezetek kiértékelésével kimutattam, hogy valós szeizmikus adatok bemenete esetén ezek az adatszerkezetek kezelhető méretűek.*

- korábbi cikkek: "PSRLG": ad-hoc definíciók  
katasztrófaeseményen belül nem veszik figyelembe a linkek meghibásodásai közti korrelációt

| Cikk  | Jelen diszszertációban | Cél                   | Korreláció figyelembe vétele | Természeti csapás / támadás    |
|---|------------------------|-----------------------|------------------------------|--------------------------------|
| Lee et al. [6]                                | ✗                      | (PSRLG-k bemenetként) | ✗                            | -                              |
| Agarwal et al. [7, 8]                         | ✗                      | legsérülékenyebb pont | ✗                            | támadás                        |
| Oostenbrink et al. [9]                        | ✗                      | FP lista              | (✓)                          | -                              |
| Vass, Tapolcai, Valentini et al. [C9, C4, J3] | Tézis #3               | FP lista + CFP lista  | ✓                            | természeti csapás (földrengés) |



## Téziscsoport 3 ([C4, C9, J3]-IEEE JSAC, IEEE INFOCOM, és IEEE RNDM).

*Definiáltam a katasztrófák okozta linkmeghibásodások egy olyan sztochasztikus modelljét, amely figyelembe veszi a földrajzilag egymáshoz közel eső linkek meghibásodásai közötti korrelációt. A probabilisztikus SRLG-kkel kapcsolatos fogalmak és terminológia egységesítése érdekében szabványos adatstruktúrákat javasoltam a katasztrófaveszély valószínűségeinek tárolására. A korong alakú katasztrófák esetében ezen adatszerkezetek méretére és lekérdezési idejére elméleti felső korlátokat adtam. A modell és az adatszerkezetek kiértékelésével kimutattam, hogy valós szeizmikus adatok bemenete esetén ezek az adatszerkezetek kezelhető méretűek.*

- korábbi cikkek: "PSRLG": ad-hoc definíciók  
katasztrófaeseményen belül nem veszik figyelembe a linkek meghibásodásai közti korrelációt
- 3. Téziscsoport: "PSRLG": standard definíciók (FP, CFP)  
hibamodell: figyelembe veszi a korrelációt

| Cikk   | Jelen disz-<br>szertációban | Cél                      | Korreláció figye-<br>lembe vétele | Természeti csapás /<br>támadás    |
|--|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Lee et<br>al. [6]                                  | ✗                           | (PSRLG-k<br>bemenetként) | ✗                                 | -                                 |
| Agarwal<br>et al. [7, 8]                           | ✗                           | legsérülékenyebb<br>pont | ✗                                 | támadás                           |
| Oostenbrink<br>et al. [9]                          | ✗                           | FP lista                 | (✓)                               | -                                 |
| Vass, Tapolcai, Valen-<br>tini et al. [C9, C4, J3] | Tézis #3                    | FP lista +<br>CFP lista  | ✓                                 | természeti csapás<br>(földrengés) |

- Standard adatszerkezetek
  - $FP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **pontosan**  $S$  hibásodik meg
  - $CFP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **legalább**  $S$  meghibásodik

- Standard adatszerkezetek
  - $FP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **pontosan**  $S$  hibásodik meg
  - $CFP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **legalább**  $S$  meghibásodik
    - "ha  $S$  meghibásodása esetén nem működik a hálózat,  $T \supseteq S$  esetén se fog"

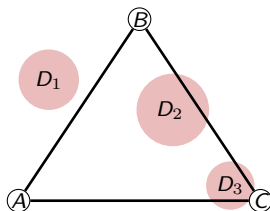
- Standard adatszerkezetek
  - $FP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **pontosan**  $S$  hibásodik meg
  - $CFP(S)$ : annak valószínűsége, hogy **legalább**  $S$  meghibásodik
    - "ha  $S$  meghibásodása esetén nem működik a hálózat,  $T \supseteq S$  esetén se fog"

- FP értékek a példán

- $FP(\{AC\}, \{BC\}) = 0,5$
- $FP(\{BC\}) = 0,3$
- $FP(\emptyset) = 0,2$

- CFP értékek:

- $CFP(\{BC\}) = 0,8$
- $CFP(\{AC\}) = 0,5$
- $CFP(\{AC\}, \{BC\}) = 0,5$
- $CFP(\text{minden más}) = 0$



$$P(D_1) = 0,2,$$

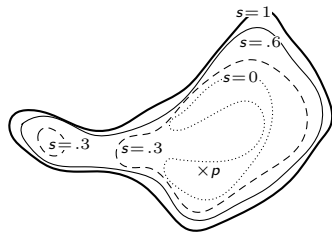
$$P(D_2) = 0,3,$$

$$P(D_3) = 0,5$$

## Tézis 3.1 (Korreláltlinkhiba-modell).

A földrengések viselkedéséből kiindulva definiáltam a katasztrófák okozta linkmeghibásodások egy sztochasztikus modelljét. Ez a modell az első, amely kifejezetten figyelembe veszi az ugyanazon katasztrófa által érintett linkek meghibásodásai közötti korrelációt. A közös kockázatú linkcsoportok (SRLG-k) valószínűségi kiterjesztéseihez kapcsolódó fogalmak és terminológia egységesítése érdekében két szabványos adatszerkezetet javasoltam a katasztrófaveszély valószínűségeinek tárolására: egy  $S$  linkhalmaz esetén  $FP(S)$  és  $CFP(S)$  rendre annak a valószínűségét jelöli, hogy pontosan, illetve legalább  $S$  hibásodik meg.

- Hibamodell
  - $p$ : katasztrófa középpont a síkban sűrűségfüggvénye ismert

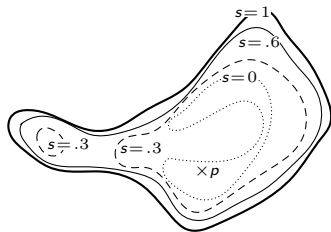


## Tézis 3.1 (Korreláltlinkhiba-modell).

A földrengések viselkedéséből kiindulva definiáltam a katasztrófák okozta linkmeghibásodások egy sztochasztikus modelljét. Ez a modell az első, amely kifejezetten figyelembe veszi az ugyanazon katasztrófa által érintett linkek meghibásodásai közötti korrelációt. A közös kockázatú linkcsoportok (SRLG-k) valószínűségi kiterjesztéseihez kapcsolódó fogalmak és terminológia egységesítése érdekében két szabványos adatszerkezetet javasoltam a katasztrófaveszély valószínűségeinek tárolására: egy  $S$  linkhalmaz esetén  $FP(S)$  és  $CFP(S)$  rendre annak a valószínűségét jelöli, hogy pontosan, illetve legalább  $S$  hibásodik meg.

### • Hibamodell

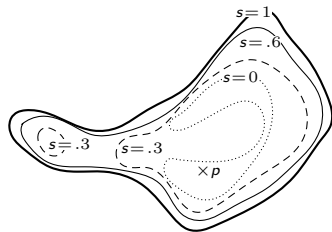
- $p$ : katasztrófa középpont a síkban  
sűrűségfüggvénye ismert
- $s \in [0, 1]$ : katasztrófa relatív mérete  
adott  $p$  és  $s$  esetén a  
katasztrófaterület ismert



## Tézis 3.1 (Korreláltlinkhiba-modell).

A földregések viselkedéséből kiindulva definiáltam a katasztrófák okozta linkmeghibásodások egy sztochasztikus modelljét. Ez a modell az első, amely kifejezetten figyelembe veszi az ugyanazon katasztrófa által érintett linkek meghibásodásai közötti korrelációt. A közös kockázatú linkcsoportok (SRLG-k) valószínűségi kiterjesztéseihez kapcsolódó fogalmak és terminológia egységesítése érdekében két szabványos adatszerkezetet javasoltam a katasztrófaveszély valószínűségeinek tárolására: egy  $S$  linkhalmaz esetén  $FP(S)$  és  $CFP(S)$  rendre annak a valószínűségét jelöli, hogy pontosan, illetve legalább  $S$  hibásodik meg.

- Hibamodell
  - $p$ : katasztrófa középpont a síkban sűrűségfüggvénye ismert
  - $s \in [0, 1]$ : katasztrófa relatív mérete adott  $p$  és  $s$  esetén a katasztrófaterület ismert
- 3.1. Tézis:  
Hibamodell + FP és CFP struktúrák



# Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i

- Tárkomplexitás vs. lekérdezési idő  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén

| Adatszerkezet neve | Tárkomplexitás  | Lekérdezési idő   |
|--------------------|---|---|
| CFP                | $\Omega(2^\rho)$ és<br>$O(2^\rho( V  + x)\rho^2\gamma^4)$ | hash-elés: <i>konstans</i> nagy vszggel.<br>kiegyensúlyozott bináris fa:<br>$O(\rho \log(( V  + x)\rho\gamma))$ legrosszabb esetben |
| FP                 | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$                              | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$  |

## Tézis 3.2 (A javasolt adatszerkezetek tárkomplexitása és a lekérdezés bonyolultsága).

Egy adott  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén, a  $G(V, E)$  hálózati topológiát az euklideszi síkban ábrázolva, a linkeket legfeljebb  $\gamma$  szakaszból álló töröttvonalaknak tekintve, a linkek kereszteződéseinek számát  $x$ -szel, egy katasztrófa által érintett linkek maximális számát pedig  $\rho$ -val jelölve, a következőket bizonyítottam. Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok száma, melyekre  $FP(S)$  szigorúan pozitív,  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok számának, melyekre  $CFP(S) > 0$ , alsó és felső korlátai rendre  $\Omega(2^\rho)$ , és  $O(2^\rho(|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Az összes pozitív CFP-t kiegyensúlyozott bináris fában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O(\rho \log((|V| + x)\rho\gamma))$ . Az összes pozitív FP-t egy listában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ .



# Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i

- Tárkomplexitás vs. lekérdezési idő  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén
  - $\rho$ : max # egyszerre kiülött élek (paraméter)

| Adatszerkezet neve | Tárkomplexitás  | Lekérdezési idő   |
|--------------------|---|---|
| CFP                | $\Omega(2^\rho)$ és<br>$O(2^\rho( V  + x)\rho^2\gamma^4)$ | hash-elés: <i>konstans</i> nagy vszggel.<br>kiegyensúlyozott bináris fa:<br>$O(\rho \log(( V  + x)\rho\gamma))$ legrosszabb esetben |
| FP                 | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$                              | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$  |

## Tézis 3.2 (A javasolt adatszerkezetek tárkomplexitása és a lekérdezés bonyolultsága).

Egy adott  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén, a  $G(V, E)$  hálózati topológiát az euklideszi síkban ábrázolva, a linkeket legfeljebb  $\gamma$  szakaszból álló töröttvonalaknak tekintve, a linkek kereszteződéseinek számát  $x$ -szel, egy katasztrófa által érintett linkek maximális számát pedig  $\rho$ -val jelölve, a következőket bizonyítottam. Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok száma, melyekre  $FP(S)$  szigorúan pozitív,  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok számának, melyekre  $CFP(S) > 0$ , alsó és felső korlátai rendre  $\Omega(2^\rho)$ , és  $O(2^\rho(|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Az összes pozitív CFP-t kiegyensúlyozott bináris fában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O(\rho \log((|V| + x)\rho\gamma))$ . Az összes pozitív FP-t egy listában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ .

# Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i

- Tárkomplexitás vs. lekérdezési idő  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén
  - $\rho$ : max # egyszerre kiülött élek (paraméter)
  - CFP: **exponenciális tárkomplexitás  $\rho$ -ban**  
gyors lekérdezés

| Adatszerkezet neve | Tárkomplexitás  | Lekérdezési idő   |
|--------------------|---|---|
| CFP                | $\Omega(2^\rho)$ és<br>$O(2^\rho( V  + x)\rho^2\gamma^4)$ | hash-elés: <i>konstans</i> nagy vszggel.<br>kiegyensúlyozott bináris fa:<br>$O(\rho \log(( V  + x)\rho\gamma))$ legrosszabb esetben |
| FP                 | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$                              | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$  |

## Tézis 3.2 (A javasolt adatszerkezetek tárkomplexitása és a lekérdezés bonyolultsága).

Egy adott  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén, a  $G(V, E)$  hálózati topológiát az euklideszi síkban ábrázolva, a linkeket legfeljebb  $\gamma$  szakaszból álló töröttvonalaknak tekintve, a linkek kereszteződéseinek számát  $x$ -szel, egy katasztrófa által érintett linkek maximális számát pedig  $\rho$ -val jelölve, a következőket bizonyítottam. Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok száma, melyekre  $FP(S)$  szigorúan pozitív,  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok számának, melyekre  $CFP(S) > 0$ , alsó és felső korlátai rendre  $\Omega(2^\rho)$ , és  $O(2^\rho(|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Az összes pozitív CFP-t kiegyensúlyozott bináris fában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O(\rho \log((|V| + x)\rho\gamma))$ . Az összes pozitív FP-t egy listában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ .

# Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i

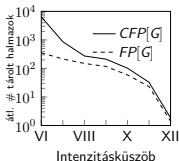
- Tárkomplexitás vs. lekérdezési idő  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén
  - $\rho$ : max # egyszerre kiülött élek (paraméter)
  - CFP: **exponenciális tárkomplexitás  $\rho$ -ban**  
gyors lekérdezés
  - FP: **polinomiális tárkomplexitás**  
**lassabb lekérdezés**

| Adatszerkezet neve | Tárkomplexitás   | Lekérdezési idő   |
|--------------------|--|---|
| CFP                | $\Omega(2^\rho)$ és<br>$O(2^\rho ( V  + x)\rho^2\gamma^4)$ | hash-elés: <i>konstans</i> nagy vszggel.<br>kiegyensúlyozott bináris fa:<br>$O(\rho \log(( V  + x)\rho\gamma))$ legrosszabb esetben |
| FP                 | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$                               | $O(( V  + x)\rho^2\gamma^4)$  |

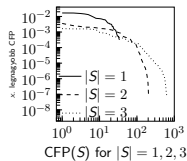
## Tézis 3.2 (A javasolt adatszerkezetek tárkomplexitása és a lekérdezés bonyolultsága).

Egy adott  $L_p$  metrikában korong alakú katasztrófák esetén, a  $G(V, E)$  hálózati topológiát az euklideszi síkban ábrázolva, a linkeket legfeljebb  $\gamma$  szakaszból álló töröttvonalaknak tekintve, a linkek kereszteződéseinek számát  $x$ -szel, egy katasztrófa által érintett linkek maximális számát pedig  $\rho$ -val jelölve, a következőket bizonyítottam. Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok száma, melyekre  $FP(S)$  szigorúan pozitív,  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Azon  $S \subseteq E$  linkhalmazok számának, melyekre  $CFP(S) > 0$ , alsó és felső korlátai rendre  $\Omega(2^\rho)$ , és  $O(2^\rho (|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ . Az összes pozitív CFP-t kiegyensúlyozott bináris fában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O(\rho \log((|V| + x)\rho\gamma))$ . Az összes pozitív FP-t egy listában tárolva egy adott linkhalmaz CFP-jének lekérdezési ideje  $O((|V| + x)\rho^2\gamma^4)$ .

- USA, EU, Olasz hálózatok + szeizmikus adatok:



(a) Átlagos CFP/FP szám vs. intenzitás-küszöb

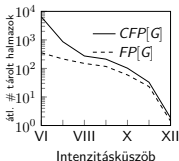


(b) CFP-k az Italian hálózatra, intenzitás-küszöb:  $t=VI$

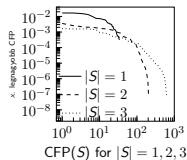
## Tézis 3.3 (Földrengések okozta PSRLG-k - szimulációk).

Valós szeizmikus adatok körültekintő felhasználásával, olasz, európai és az Egyesült Államokban található, összefüggő hálózati topológiákra a következőket találtam. Feltételezve, hogy a hálózati berendezések csak az MCS-skála szerinti VIII. erősségű rengés esetén hibásodnak meg, nincs jelentős különbség a pozitív valószínűségű CFP-k és FP-k száma között. A pozitív CFP-k halmaza csak erős földrengések ( $M_w \geq 8$ ), rövid hálózati kapcsolatok ( $\leq \sim 50$  km) és a földmozgással szemben gyengén ellenálló (VI. intenzitásnál meghibásodó) hálózati erőforrások együttes jelenléte esetén válik elfogadhatatlanul számossá és lassan számíthatóvá. Az FP struktúra alacsony kardinalitású, és ilyen körülmények között is néhány perc alatt kiszámítható, akár egy átlagos laptopon is. Végül, a legfeljebb I linkekkel rendelkező CFP-k listázása ritkán eredményez olyan listát, amely azonos az első néhány legvalószínűbb CFP megtartásával.

- USA, EU, Olasz hálózatok + szeizmikus adatok:
  - FP és CFP tármérete kb. ugyanaz



(a) Átlagos CFP/FP szám vs. intenzitás-küszöb

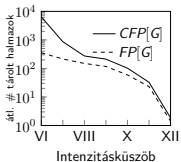


(b) CFP-k az Italian hálózatra, intenzitás-küszöb:  $t = VI$

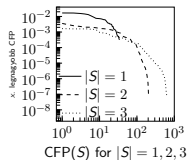
## Tézis 3.3 (Földrengések okozta PSRLG-k - szimulációk).

Valós szeizmikus adatok körültekintő felhasználásával, olasz, európai és az Egyesült Államokban található, összefüggő hálózati topológiákra a következőket találtam. Feltételezve, hogy a hálózati berendezések csak az MCS-skála szerinti VIII. erősségű rengés esetén hibásodnak meg, nincs jelentős különbség a pozitív valószínűségű CFP-k és FP-k száma között. A pozitív CFP-k halmaza csak erős földrengések ( $M_w \geq 8$ ), rövid hálózati kapcsolatok ( $\leq \sim 50$  km) és a földmozgással szemben gyengén ellenálló (VI. intenzitásnál meghibásodó) hálózati erőforrások együttes jelenléte esetén válik elfogadhatatlanul számossá és lassan számíthatóvá. Az FP struktúra alacsony kardinalitású, és ilyen körülmények között is néhány perc alatt kiszámítható, akár egy átlagos laptopon is. Végül, a legfeljebb 1 linkekkel rendelkező CFP-k listázása ritkán eredményez olyan listát, amely azonos az első néhány legvalószínűbb CFP megtartásával.

- USA, EU, Olasz hálózatok + szeizmikus adatok:
  - FP és CFP tármérete kb. ugyanaz
  - CFP túl nagy csak ha: erős földrengés + rövid linkek + gyenge linkek



(a) Átlagos CFP/FP szám vs. intenzitás-küszöb

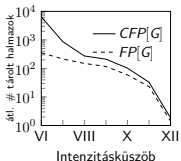


(b) CFP-k az Italian hálózatra, intenzitás-küszöb:  $t=VI$

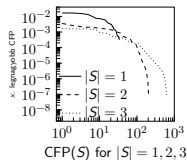
## Tézis 3.3 (Földrengések okozta PSRLG-k - szimulációk).

Valós szeizmikus adatok körültekintő felhasználásával, olasz, európai és az Egyesült Államokban található, összefüggő hálózati topológiákra a következőket találtam. Feltételezve, hogy a hálózati berendezések csak az MCS-skála szerinti VIII. erősségű rengés esetén hibásodnak meg, nincs jelentős különbség a pozitív valószínűségű CFP-k és FP-k száma között. A pozitív CFP-k halmaza csak erős földrengések ( $M_w \geq 8$ ), rövid hálózati kapcsolatok ( $\leq \sim 50$  km) és a földmozgással szemben gyengén ellenálló (VI. intenzitásnál meghibásodó) hálózati erőforrások együttes jelenléte esetén válik elfogadhatatlanul számossá és lassan számíthatóvá. Az FP struktúra alacsony kardinalitású, és ilyen körülmények között is néhány perc alatt kiszámítható, akár egy átlagos laptopon is. Végül, a legfeljebb 1 linkekkel rendelkező CFP-k listázása ritkán eredményez olyan listát, amely azonos az első néhány legvalószínűbb CFP megtartásával.

- USA, EU, Olasz hálózatok + szeizmikus adatok:
  - FP és CFP tármérete kb. ugyanaz
  - CFP túl nagy csak ha: erős földrengés + rövid linkek + gyenge linkek
  - Van kétszeres linkhiba, ami valószínűbb, mint a legvalószínűtlenebb egyszeres



(a) Átlagos CFP/FP szám vs. intenzitás-küszöb



(b) CFP-k az Italian hálózatra, intenzitás-küszöb:  $t=VI$

## Tézis 3.3 (Földrengések okozta PSRLG-k - szimulációk).

Valós szeizmikus adatok körütekintő felhasználásával, olasz, európai és az Egyesült Államokban található, összefüggő hálózati topológiákra a következőket találtam. Feltételezve, hogy a hálózati berendezések csak az MCS-skála szerinti VIII. erősségű rengés esetén hibásodnak meg, nincs jelentős különbség a pozitív valószínűségű CFP-k és FP-k száma között. A pozitív CFP-k halmaza csak erős földrengések ( $M_w \geq 8$ ), rövid hálózati kapcsolatok ( $\leq \sim 50$  km) és a földmozgással szemben gyengén ellenálló (VI. intenzitásnál meghibásodó) hálózati erőforrások együttes jelenléte esetén válik elfogadhatatlanul számossá és lassan számíthatóvá. Az FP struktúra alacsony kardinalitású, és ilyen körülmények között is néhány perc alatt kiszámítható, akár egy átlagos laptopon is. Végül, a legfeljebb 1 linkekkel rendelkező CFP-k listázása ritkán eredményez olyan listát, amely azonos az első néhány legvalószínűbb CFP megtartásával.

- 1 Motiváció
- 2 Kutatási célkitűzések és módszertan
- 3 Téziscsoportok
  - Korlátos méretű katasztrófák okozta maximális SRLG-k
  - Maximális SRLG-k a hálózat beágyazásának közelítő ismerete esetén
  - Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i
- 4 Eredmények alkalmazhatósága
- 5 Hivatkozások és publikációk
  - Legfontosabb referenciák
  - Publikációk



- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)
- Hibatűrő hálózatok tervezése

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)
- Hibatűrő hálózatok tervezése
- Hibatűrő virtuálishálózat-beágyazások

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)
- Hibatűrő hálózatok tervezése
- Hibatűrő virtuálishálózat-beágyazások
- Elérhetőség növelése third-party hálózatokon keresztül

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)
- Hibatűrő hálózatok tervezése
- Hibatűrő virtuálishálózat-beágyazások
- Elérhetőség növelése third-party hálózatokon keresztül
- Monitorozó utak
- ...

- Katasztrófabiztos routing (Motiváció)
- Szolgáltatások rendelkezésreállításának számítása (Motiváció)
- Hibatűrő hálózatok tervezése
- Hibatűrő virtuálishálózat-beágyazások
- Elérhetőség növelése third-party hálózatokon keresztül
- Monitorozó utak
- ...
- Hivatkozik [C9]-ra:  
[Quantitative analysis of physical risk due to geospatial proximity of network infrastructure](#)  
A Schlosberg, L Hiemke, D Schmid - US Patent 10,938,631, 2021 - Google Patents

- 1 Motiváció
- 2 Kutatási célkitűzések és módszertan
- 3 Téziscsoportok
  - Korlátos méretű katasztrófák okozta maximális SRLG-k
  - Maximális SRLG-k a hálózat beágyazásának közelítő ismerete esetén
  - Katasztrófák okozta korrelált linkmeghibásodások PSRLG-i
- 4 Eredmények alkalmazhatósága
- 5 Hivatkozások és publikációk
  - Legfontosabb referenciák
  - Publikációk



- [1] Iqbal, Farabi and Trajanovski, Stojan and Kuipers, Fernando Detection of spatially-close fiber segments in optical networks. *Design of Reliable Communication Networks (DRCN)*, 95–102, 2016.
- [2] Neumayer, Sebastian and Zussman, Gil and Cohen, Reuven and Modiano, Eytan. Assessing the impact of geographically correlated network failures. *IEEE Military Communications Conference (MILCOM)*, 1–6, 2008.
- [3] Neumayer, Sebastian and Zussman, Gil and Cohen, Reuven and Modiano, Eytan. Assessing the vulnerability of the fiber infrastructure to disasters. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 19(6):1610–1623, 2011.
- [4] Trajanovski, Stojan and Kuipers, Fernando and Van Mieghem, Piet and others Finding critical regions in a network. *IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*, 223–228, 2013.
- [5] Trajanovski, Stojan and Kuipers, Fernando A and Ilić, Aleksandar and Crowcroft, Jon and Van Mieghem, Piet Finding critical regions and region-disjoint paths in a network. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 23(3):908–921, 2015.
- [6] Lee, Hyang-Won and Modiano, Eytan and Lee, Kayi. Diverse routing in networks with probabilistic failures. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 18(6):1895–1907, 2017.

- [7] Agarwal, Pankaj K and Efrat, Alon and Ganjugunte, Shashidhara K and Hay, David and Sankararaman, Swaminathan and Zussman, Gil Network vulnerability to single, multiple, and probabilistic physical attacks. *Military Communications Conference (MILCOM)*, 1824–1829, 2010.
- [8] Agarwal, Pankaj K and Efrat, Alon and Ganjugunte, Shashidhara K and Hay, David and Sankararaman, Swaminathan and Zussman, Gil The resilience of WDM networks to probabilistic geographical failures. *IEEE/ACM Trans. Netw.*, 21(5):1525–1538, 2013.
- [9] J. Oostenbrink and F. Kuipers. Computing the impact of disasters on networks. *ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review*, 45(2):107–110, 2017.

## Kapcsolódó publikációim

### Könyvfejezetek

- [B1] **B. Vass**, J. Tapolcai, D. Hay, J. Oostenbrink, F. A. Kuipers, „How to Model and Enumerate Geographically Correlated Failure Events in Communication Networks”, in Guide to Disaster-Resilient Communication Networks, Springer, July 2020, pp. 87-115, doi: 10.1007/978-3-030-44685-7\_4
- [B2] T. Gomes, L. Martins, R. Girao-Silva, D. Tipper, A. Pašić, **B. Vass**, L. Garrote, U. Nunes, M. Zachariasen, J. Rak, „Enhancing Availability for Critical Services”, in Guide to Disaster-Resilient Communication Networks, Springer, July 2020, pp. 557-581, doi: 10.1007/978-3-030-44685-7\_22
- [B3] T. Gomes, D. Santos, R. Girão-Silva, L. Martins, B. Nedic, M. Gunkel, F. Dikbiyik, **B. Vass**, J. Tapolcai, J. Rak, „Disaster-Resilient Routing Schemes for Regional Failures”, in Guide to Disaster-Resilient Communication Networks, Springer, July 2020, pp. 483-506, doi: 0.1007/978-3-030-44685-7\_19

## Folyóiratcikkek

- [J1] **B. Vass**, E. Bérczi-Kovács, and J. Tapolcai, „Enumerating Maximal Shared Risk Link Groups of Circular Disk Failures Hitting  $k$  Nodes”, [IEEE-ACM Transactions on Networking](#), vol. 29, no. 4, pp. 1648-1661, Aug. 2021, doi: 10.1109/TNET.2021.3070100.
- [J2] A. Pašić, R. Girão-Silva, F. Mogyorósi, **B. Vass**, T. Gomes, P. Babarczy, P. Revisnyei, J. Tapolcai, J. Rak „eFRADIR: An Enhanced FRAMework for Disaster Resilience”, [IEEE Access](#), vol. 9, pp. 13125-13148, 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3050923.
- [J3] **B. Vass**, J. Tapolcai, Z. Heszberger, J. Bíró, D. Hay, F. A. Kuipers, J. Oostenbrink, A. Valentini, L. Rónyai, „Probabilistic Shared Risk Link Groups Modelling Correlated Resource Failures Caused by Disasters”, [IEEE Journal on Selected Areas in Communications](#), vol. 39, no. 9, pp. 2672-2687, Sept. 2021, doi: 10.1109/JSAC.2021.3064652.
- [J4] J. Tapolcai, L. Rónyai, **B. Vass**, and L. Gyimóthi, „Fast Enumeration of Regional Link Failures Caused by Disasters with Limited Size”, [IEEE-ACM Transactions on Networking](#), vol. 28, no. 6, pp. 2421-2434, Dec. 2020, doi: 10.1109/TNET.2020.3009297.
- [J5] **B. Vass**, L. Németh, J. Tapolcai, „The Earth is Nearly Flat: Precise and Approximate Algorithms for Detecting Vulnerable Regions of Networks in Plane and on Sphere”, [Networks](#), Wiley, Special Issue on Resilience of Communication Networks to Random Failures and Disasters, June 2020, pp. 340-355, doi: 10.1002/net.21936

## Konferenciacikkek

- [C4] A. Valentini, **B. Vass**, J. Oostenbrink, L. Csák, F. A. Kuipers, B. Pace, D. Hay and J. Tapolcai, „Network Resiliency Against Earthquakes”, IEEE Int. Workshop on Resilient Networks Design and Modeling (RNDM), Nicosia, Cyprus, 2019, pp. 1-7, doi: 10.1109/RNDM48015.2019.8949088.
- [C5] A. Pašić, R. Girao-Silva, **B. Vass**, T. Gomes, F. Mogyorósi, P. Babarczy, J. Tapolcai, „FRADIR-II: An Improved Framework for Disaster Resilience”, IEEE Int. Workshop on Resilient Networks Design and Modeling (RNDM), Nicosia, Cyprus, 2019, pp. 1-7, doi: 10.1109/RNDM48015.2019.8949142.
- [C7] **B. Vass**, L. Németh, A. de Sousa, M. Zachariasen and J. Tapolcai, „Vulnerable Regions of Networks on Sphere”, IEEE Int. Workshop on Resilient Networks Design and Modeling (RNDM), Longyearbyen (Svalbard), Norway, 2018, pp. 1-8, doi: 10.1109/RNDM.2018.8489836.
- [C8] A. Pašić, R. Girão-Silva, **B. Vass**, T. Gomes, and P. Babarczy, „FRADIR: A Novel Framework for Disaster Resilience”, IEEE Int. Workshop on Resilient Networks Design and Modeling (RNDM), Longyearbyen (Svalbard), Norway, 2018, pp. 1-7, doi: 10.1109/RNDM.2018.8489828.
- [C9] J. Tapolcai, **B. Vass**, Z. Heszberger, J. Biró, D. Hay, F. A. Kuipers, and L. Rónyai, „A Tractable Stochastic Model of Correlated Link Failures Caused by Disasters”, in Proc. **IEEE INFOCOM**, Honolulu, HI, USA, 2018, pp. 2105-2113, doi: 10.1109/INFOCOM.2018.8486218.

- [C10] J. Tapolcai, L. Rónyai, **B. Vass**, and L. Gyimóthi, „List of Shared Risk Link Groups Representing Regional Failures with Limited Size”, in Proc. [IEEE INFOCOM](#), Atlanta, GA, USA, 2017, pp. 1-9, doi: 10.1109/INFOCOM.2017.8057040.
- [C11] **B. Vass**, E. Bérczi-Kovács, and J. Tapolcai, „Enumerating Shared Risk Link Groups of Circular Disk Failures Hitting  $k$  nodes”, in Proc. International Workshop on Design Of Reliable Communication Networks (DRCN), Munich, Germany, 2017, pp. 1-9.
- [C12] **B. Vass**, E. Bérczi-Kovács, and J. Tapolcai, „Enumerating Circular Disk Failures Covering a Single Node”, in Int. Workshop on Resilient Networks Design and Modeling (RNDM), Halmstad, Sweden, 2016, pp. 189-195, doi: 10.1109/RNDM.2016.7608286.
- [C13] **B. Vass**, E. Bérczi-Kovács, and J. Tapolcai, „Shared Risk Link Group Enumeration of Node Excluding Disaster Failures”, in Int. Conference on Networking and Network Applications (NaNA), Hakodate (Hokkaido), Japan, 2016, pp. 349-354, doi: 10.1109/NaNA.2016.87. Winner of [Best Paper Award](#).

Köszönöm a figyelmet!

Kérdés: A tézisbeli eredmények mind feltételezik, hogy a hálózatok valamilyen euklideszi síkban vagy térben helyezkednek el. Viszont sok kutatás megmutatta, hogy talán a nem-euklideszi terek valósabb távolsági mértékeket tudnának adni (pl. hiperbolikus tér). Mennyire általánosíthatóak a tézisben szerepelt eredmények a nem euklideszi terekre?



Kérdés: A tézisbeli eredmények mind feltételezik, hogy a hálózatok valamilyen euklideszi síkban vagy térben helyezkednek el. Viszont sok kutatás megmutatta, hogy talán a nem-euklideszi terek valósabb távolsági mértékeket tudnának adni (pl. hiperbolikus tér). Mennyire általánosíthatóak a tézisben szerepelt eredmények a nem euklideszi terekre?

*Válasz:*

- A távközlési hálózatok jó közelítéssel euklideszi geometriában helyezkednek el

Kérdés: A tézisbeli eredmények mind feltételezik, hogy a hálózatok valamilyen euklideszi síkban vagy térben helyezkednek el. Viszont sok kutatás megmutatta, hogy talán a nem-euklideszi terek valósabb távolsági mértékeket tudnának adni (pl. hiperbolikus tér). Mennyire általánosíthatóak a tézisben szerepelt eredmények a nem euklideszi terekre?

*Válasz:*

- A távközlési hálózatok jó közelítéssel euklideszi geometriában helyezkednek el
- a maximális SRLG-k száma valószínűleg ésszerű korlátok között marad sok gyakorlatban hasznosuló problémaváltozat esetén
  - Lp-metrikában vett korongok által metszett linkhalmazok száma **kevés**  
E. Papadopoulou and M. Zavershynskyi, "The higher-order Voronoi diagram of line segments," *Algorithmica*, vol. 74, no. 1, pp. 415–439, 2016.

Kérdés: A tézisbeli eredmények mind feltételezik, hogy a hálózatok valamilyen euklideszi síkban vagy térben helyezkednek el. Viszont sok kutatás megmutatta, hogy talán a nem-euklideszi terek valósabb távolsági mértékeket tudnának adni (pl. hiperbolikus tér). Mennyire általánosíthatóak a tézisben szerepelt eredmények a nem euklideszi terekre?

Válasz:

- A távközlési hálózatok jó közelítéssel euklideszi geometriában helyezkednek el
- a maximális SRLG-k száma valószínűleg ésszerű korlátok között marad sok gyakorlatban hasznosuló problémaváltozat esetén
  - Lp-metrikában vett korongok által metszett linkhalmazok száma **kevés**  
E. Papadopoulou and M. Zavershynskyi, "The higher-order Voronoi diagram of line segments," *Algorithmica*, vol. 74, no. 1, pp. 415–439, 2016.
  - konvex távolságfüggvény által generált Delaunay-gráfok is **síkgráfok**,  
M. Axenovich and T. Ueckerdt, "Density of range capturing hyper-graphs," arXiv preprint arXiv:1404.1298, 2014.
  - ...

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:

Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. *Nat. Commun.* 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:

Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. *Nat. Commun.* 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>

- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:

Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. *Nat. Commun.* 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>

- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok

- SRLG-független routing számolása NP-nehéz

J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," *IEEE Trans. Com-munications*, vol. 51, 2003.

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:

Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. Nat. Commun. 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>

- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok

- SRLG-független routing számolása NP-nehez  
J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," IEEE Trans. Communications, vol. 51, 2003.
- Polinom időben megoldható, ha 1)  $G$  síkgráf 2) csúcshibák SRLG-ként felsorolva, 3) minden SRLG élei a duálisban összefüggő részgráfot alkotnak  
B. Vass, E. Bérczi-Kovács, A. Barabás, Z. L. Hajdú, and J. Tapolcai, "Polynomial-time algorithm for the regional SRLG-disjoint paths problem," in Proc. IEEE INFOCOM, London, United Kingdom, May 2022.

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:  
Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. Nat. Commun. 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>
- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok
  - SRLG-független routing számolása NP-nehéz  
J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," IEEE Trans. Communications, vol. 51, 2003.
  - Polinom időben megoldható, ha 1)  $G$  síkgráf 2) csúcshibák SRLG-ként felsorolva, 3) minden SRLG élei a duálisban összefüggő részgráfot alkotnak  
B. Vass, E. Bérczi-Kovács, A. Barabás, Z. L. Hajdú, and J. Tapolcai, "Polynomial-time algorithm for the regional SRLG-disjoint paths problem," in Proc. IEEE INFOCOM, London, United Kingdom, May 2022.
  - ...És ha van néhány élkeresztződés?



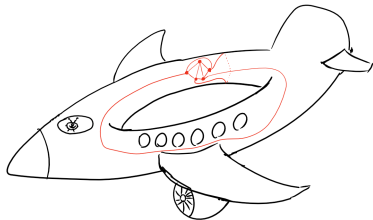
- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:  
Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. Nat. Commun. 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>
- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok
  - SRLG-független routing számolása NP-nehéz  
J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," IEEE Trans. Communications, vol. 51, 2003.
  - Polinom időben megoldható, ha 1)  $G$  síkgráf 2) csúcshibák SRLG-ként felsorolva, 3) minden SRLG élei a duálisban összefüggő részgráfot alkotnak  
B. Vass, E. Bérczi-Kovács, A. Barabás, Z. L. Hajdú, and J. Tapolcai, "Polynomial-time algorithm for the regional SRLG-disjoint paths problem," in Proc. IEEE INFOCOM, London, United Kingdom, May 2022.
  - ...És ha van néhány élkeresztződés?
  - Speciális nem triviális SRLG-halmaz esetén polinomiális időben megoldható  
Y. Kobayashi & K. Kawarabayashi, "Algorithms for Finding an Induced Cycle in Planar Graphs and [Bounded Genus Graphs](#)," in Proceedings of the 2009 Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 2009.

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:  
Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. Nat. Commun. 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>
- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok
  - SRLG-független routing számolása NP-nehéz  
J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," IEEE Trans. Com-munications, vol. 51, 2003.
  - Polinom időben megoldható, ha 1)  $G$  síkgráf 2) csúcshibák SRLG-ként felsorolva, 3) minden SRLG élei a duálisban összefüggő részgráfot alkotnak  
B. Vass, E. Bérczi-Kovács, A. Barabás, Z. L. Hajdú, and J. Tapolcai, "Polynomial-time algorithm for the regional SRLG-disjoint paths problem," in Proc. IEEE INFOCOM, London, United Kingdom, May 2022.
  - ...És ha van néhány élkereszteződés?
  - Speciális nem triviális SRLG-halmaz esetén polinomiális időben megoldható  
Y. Kobayashi & K. Kawarabayashi, "Algorithms for Finding an Induced Cycle in Planar Graphs and [Bounded Genus Graphs](#)," in Proceedings of the 2009 Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 2009.



# Bíráói kérdések - Dr. Long Tran Thanh 1. kérdés

- hiperbolikus korongba ágyazott véletlen és valós hálózatokon tanulmányozták a mohó útvonalválasztásokat játékelméleti módszerekkel:  
Gulyás, A., Bíró, J., Kőrösi, A. et al. Navigable networks as Nash equilibria of navigation games. Nat. Commun. 6, 7651 (2015). <https://doi.org/10.1038/ncomms8651>
- Korlátos génuszú felületre ágyazott hálózatok
  - SRLG-független routing számolása NP-nehéz  
J.-Q. Hu, "Diverse routing in optical mesh networks," IEEE Trans. Com-munications, vol. 51, 2003.
  - Polinom időben megoldható, ha 1)  $G$  síkgráf 2) csúcshibák SRLG-ként felsorolva, 3) minden SRLG élei a duálisban összefüggő részgráfot alkotnak  
B. Vass, E. Bérczi-Kovács, A. Barabás, Z. L. Hajdú, and J. Tapolcai, "Polynomial-time algorithm for the regional SRLG-disjoint paths problem," in Proc. IEEE INFOCOM, London, United Kingdom, May 2022.
  - ...És ha van néhány élkereszteződés?
  - Speciális nem triviális SRLG-halmaz esetén polinomiális időben megoldható  
Y. Kobayashi & K. Kawarabayashi, "Algorithms for Finding an Induced Cycle in Planar Graphs and [Bounded Genus Graphs](#)," in Proceedings of the 2009 Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA), 2009.



Kérdés: Az 5.1.1 definíció szerint egy régió meghibásodása annyit jelent, hogy az összes benne lévő link meghibásodik. Ezt a definíciót nagyon erősnek találom. Mi a helyzet azzal, ha csak a nagy része hibásodik meg? Ki lehetne terjeszteni a hibamodellt, hogy valamilyen szinten a részleges meghibásodásokat is képes legyen kezelni. Mennyire bonyolultabb egy ilyen modellben a hibalistákat kiszámolni? Ezzel a kérdéssel nem az a célom, hogy a jelölt írjon egy teljesen új téziscsoportot. Inkább arra lennék kíváncsi, hogy a jelöltnek milyen megjegyzései és megérzései vannak ezzel kapcsolatban.

Kérdés: Az 5.1.1 definíció szerint egy régió meghibásodása annyit jelent, hogy az összes benne lévő link meghibásodik. Ezt a definíciót nagyon erősnek találom. Mi a helyzet azzal, ha csak a nagy része hibásodik meg? Ki lehetne terjeszteni a hibamodellt, hogy valamilyen szinten a részleges meghibásodásokat is képes legyen kezelni. Mennyire bonyolultabb egy ilyen modellben a hibalistákat kiszámolni? Ezzel a kérdéssel nem az a célom, hogy a jelölt írjon egy teljesen új téziscsoportot. Inkább arra lennék kíváncsi, hogy a jelöltnek milyen megjegyzései és megérzései vannak ezzel kapcsolatban.

*Válasz:*

- Minden részhalmaz felsorolása  $\rightarrow$  exponenciálisan sok SRLG

Kérdés: Az 5.1.1 definíció szerint egy régió meghibásodása annyit jelent, hogy az összes benne lévő link meghibásodik. Ezt a definíciót nagyon erősnek találom. Mi a helyzet azzal, ha csak a nagy része hibásodik meg? Ki lehetne terjeszteni a hibamodellt, hogy valamilyen szinten a részleges meghibásodásokat is képes legyen kezelni. Mennyire bonyolultabb egy ilyen modellben a hibalistákat kiszámolni? Ezzel a kérdéssel nem az a célom, hogy a jelölt írjon egy teljesen új téziscsoportot. Inkább arra lennék kíváncsi, hogy a jelöltnek milyen megjegyzései és megérzései vannak ezzel kapcsolatban.

Válasz:

- Minden részhalmaz felsorolása  $\rightarrow$  exponenciálisan sok SRLG
- $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága  $O((|V| + x)\rho_r^2)$  (Prop. 5.1.17).  $M_{k=0} \cup \dots \cup M_{k=l}$  is rövid.

Kérdés: Az 5.1.1 definíció szerint egy régió meghibásodása annyit jelent, hogy az összes benne lévő link meghibásodik. Ezt a definíciót nagyon erősnek találom. Mi a helyzet azzal, ha csak a nagy része hibásodik meg? Ki lehetne terjeszteni a hibamodellt, hogy valamilyen szinten a részleges meghibásodásokat is képes legyen kezelni. Mennyire bonyolultabb egy ilyen modellben a hibalistákat kiszámolni? Ezzel a kérdéssel nem az a célom, hogy a jelölt írjon egy teljesen új téziscsoportot. Inkább arra lennék kíváncsi, hogy a jelöltnek milyen megjegyzései és megérzései vannak ezzel kapcsolatban.

*Válasz:*

- Minden részhalmaz felsorolása  $\rightarrow$  exponenciálisan sok SRLG
- $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága  $O((|V| + x)\rho_r^2)$  (Prop. 5.1.17).  $M_{k=0} \cup \dots \cup M_{k=l}$  is rövid.
- Meghibásodható élekhez valószínűség  $\rightarrow$  a 3. tézisben tárgyalt probabilisztikus SRLG-k.

Kérdés: Az 5.1.6. Tételben szükség van rá, hogy  $H$  intervallumokból áll, vagy bármely más konvex halmazokra is igaz lenne az állítás hasonló bizonyítással?



Kérdés: Az 5.1.6. Tételben szükség van rá, hogy  $H$  intervallumokból áll, vagy bármely más konvex halmazokra is igaz lenne az állítás hasonló bizonyítással?

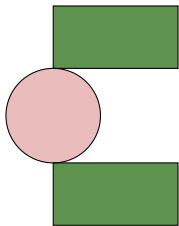
Válasz: A tétel a következőt állítja:

**5.1.6. Tétel** Legyen  $H$  az  $\mathbb{R}^2$  intervallumainak egy nemüres halmaza. Ekkor létezik olyan legfeljebb 3 elemű  $H'$  részhalmaza  $H$ -nak, aminek  $c_{H'}$  legkisebb metsző korongja megegyezik a  $H$  halmaz  $c_H$  legkisebb metsző korongjával.

Kérdés: Az 5.1.6. Tételben szükség van rá, hogy  $H$  intervallumokból áll, vagy bármely más konvex halmazokra is igaz lenne az állítás hasonló bizonyítással?

Válasz: A tétel a következőt állítja:

**5.1.6. Tétel** Legyen  $H$  az  $\mathbb{R}^2$  intervallumainak egy nemüres halmaza. Ekkor létezik olyan legfeljebb 3 elemű  $H'$  részhalmaza  $H$ -nak, aminek  $c_{H'}$  legkisebb metsző korongja megegyezik a  $H$  halmaz  $c_H$  legkisebb metsző korongjával.

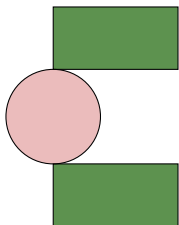


- *legkisebb metsző korong*: minimális sugarú, amely mindent metsz, ezek közt lexikografikusan legkisebb középpontú

Kérdés: Az 5.1.6. Tételben szükség van rá, hogy  $H$  intervallumokból áll, vagy bármely más konvex halmazokra is igaz lenne az állítás hasonló bizonyítással?

Válasz: A tétel a következőt állítja:

**5.1.6. Tétel** Legyen  $H$  az  $\mathbb{R}^2$  intervallumainak egy nemüres halmaza. Ekkor létezik olyan legfeljebb 3 elemű  $H'$  részhalmaza  $H$ -nak, aminek  $c_{H'}$  legkisebb metsző korongja megegyezik a  $H$  halmaz  $c_H$  legkisebb metsző korongjával.

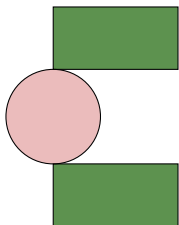


- *legkisebb metsző korong*: minimális sugarú, amely mindent metsz, ezek közt lexikografikusan legkisebb középpontú
- A tétel állítása hasonló bizonyítással (a Helly- és Radon-tételekre támaszkodva) igaz *konvex halmazokra* is.

Kérdés: Az 5.1.6. Tételben szükség van rá, hogy  $H$  intervallumokból áll, vagy bármely más konvex halmazokra is igaz lenne az állítás hasonló bizonyítással?

Válasz: A tétel a következőt állítja:

**5.1.6. Tétel** Legyen  $H$  az  $\mathbb{R}^2$  intervallumainak egy nemüres halmaza. Ekkor létezik olyan legfeljebb 3 elemű  $H'$  részhalmaza  $H$ -nak, aminek  $c_{H'}$  legkisebb metsző korongja megegyezik a  $H$  halmaz  $c_H$  legkisebb metsző korongjával.



- *legkisebb metsző korong*: minimális sugarú, amely mindent metsz, ezek közt lexikografikusan legkisebb középpontú
- A tétel állítása hasonló bizonyítással (a Helly- és Radon-tételekre támaszkodva) igaz *konvex halmazokra* is.

Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

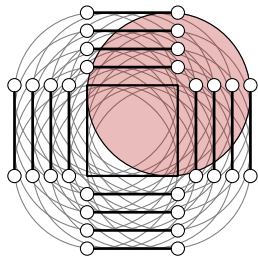
Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága  $O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számissága

$O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

*E korlát éles, például a lenti ábrán vázolt gráfra (ha kellően közel vannak egymáshoz a párhuzamos élek rendre a jobb és bal oldali, fenti és lenti élhalmazokban,)  $\Omega(|V|^3)$  maximális SRLG van (és  $\rho$  is  $O(|V|)$ ).*

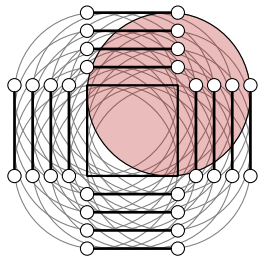


Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága

$O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

*E korlát éles, például a lenti ábrán vázolt gráfra (ha kellően közel vannak egymáshoz a párhuzamos élek rendre a jobb és bal oldali, fenti és lenti élhalmazokban,)  $\Omega(|V|^3)$  maximális SRLG van (és  $\rho$  is  $O(|V|)$ ).*



- $l \in \left\{1, \dots, \frac{|V|}{8}\right\}$  esetén a  $\frac{|V|}{2} + 2 - 2l$  élt tartalmazó maximális SRLG-k száma  $l^2$ .

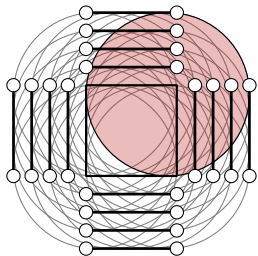


Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága

$O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

*E korlát éles, például a lenti ábrán vázolt gráfra (ha kellően közel vannak egymáshoz a párhuzamos élek rendre a jobb és bal oldali, fenti és lenti élhalmazokban,)  $\Omega(|V|^3)$  maximális SRLG van (és  $\rho$  is  $O(|V|)$ ).*



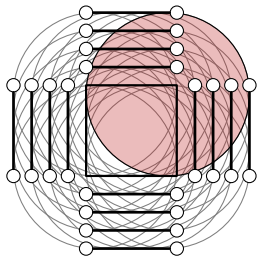
- $l \in \left\{1, \dots, \frac{|V|}{8}\right\}$  esetén a  $\frac{|V|}{2} + 2 - 2l$  élt tartalmazó maximális SRLG-k száma  $l^2$ .
- $\sum_{l=1}^{|V|/8} l^2 = \frac{|V|/8 \cdot (|V|/8 + 1) \cdot (2 \cdot |V|/8 + 1)}{6} > \frac{|V|^3}{2^9 \cdot 3}$ .

Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága

$O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

*E korlát éles, például a lenti ábrán vázolt gráfra (ha kellően közel vannak egymáshoz a párhuzamos élek rendre a jobb és bal oldali, fenti és lenti élhalmazokban,)  $\Omega(|V|^3)$  maximális SRLG van (és  $\rho$  is  $O(|V|)$ ).*



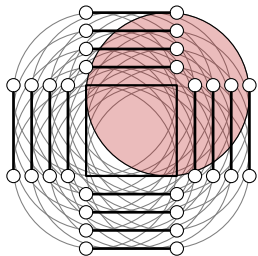
- $l \in \left\{1, \dots, \frac{|V|}{8}\right\}$  esetén a  $\frac{|V|}{2} + 2 - 2l$  élt tartalmazó maximális SRLG-k száma  $l^2$ .
- $\sum_{l=1}^{|V|/8} l^2 = \frac{|V|/8 \cdot (|V|/8 + 1) \cdot (2 \cdot |V|/8 + 1)}{6} > \frac{|V|^3}{2^9 \cdot 3}$ .

Kérdés: A Proposition 5.1.17 éles vagy a  $\rho_r$ -ben lineárisra javítható?

Válasz: A Proposition 5.1.17 állítása:  $\bigcup_{0 < r' < r} M_{r'}$  számossága

$O((|V| + x)\rho_r^2)$ .

*E korlát éles, például a lenti ábrán vázolt gráfra (ha kellően közel vannak egymáshoz a párhuzamos élek rendre a jobb és bal oldali, fenti és lenti élhalmazokban,)  $\Omega(|V|^3)$  maximális SRLG van (és  $\rho$  is  $O(|V|)$ ).*



- $l \in \left\{1, \dots, \frac{|V|}{8}\right\}$  esetén a  $\frac{|V|}{2} + 2 - 2l$  élt tartalmazó maximális SRLG-k száma  $l^2$ .
- $\sum_{l=1}^{|V|/8} l^2 = \frac{|V|/8 \cdot (|V|/8 + 1) \cdot (2 \cdot |V|/8 + 1)}{6} > \frac{|V|^3}{2^9 \cdot 3}$ .

Köszönöm a figyelmet!